



ZADANIA NA KONKURS – ETAP SZKOLNY klasy pierwsze poziom podstawowy

1. Rozwiąż równanie w zbiorze liczb całkowitych: $x^2 + 2xy - 11 = 0$.
2. Wyrażenie $xy(x + y)^2$ przedstawiono w postaci iloczynu dwóch czynników, z których jeden jest postaci $(1 + x^{-1}y)^{-1}$. Wyraż nieznaną czynnik za pomocą x i y w możliwie prostej postaci.
3. Dany jest trójkąt o bokach 6, 6, 4. W ten trójkąt wpisano i na tym trójkącie opisano okrąg. Oblicz pole figury ograniczonej tymi okręgami.
4. W zbiorze liczb całkowitych określone jest działanie $a * b = a - b + 2$.
 - a) Oblicz $2 * 3$, $5 * 4$, $7 * (-2)$, $(-4) * (-5)$.
 - b) Sprawdź przemienność tego działania.
5. Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \sqrt{7}x + 7$. Prosta k jest wykresem funkcji f .
 - a) Wyznacz te argumenty, dla których funkcja f przyjmuje wartości nieujemne.
 - b) Oblicz współrzędne punktu przecięcia prostej k z wykresem funkcji $g(x) = x + \sqrt{7}$.
 - c) Znajdź równanie prostej przechodzącej przez punkt $K = (-1; \sqrt{7})$ i równoległej do prostej k .



ZADANIA NA KONKURS – ETAP SZKOLNY klasy pierwsze poziom rozszerzony

1. Rozwiąż równanie w zbiorze liczb całkowitych: $xy = x + y$.
2. Wyrażenie $xy(x + y)^2$ przedstawiono w postaci iloczynu dwóch czynników, z których jeden jest postaci $(1 + x^{-1}y)^{-1}$. Wyraż nieznaną czynnik za pomocą x i y w możliwie prostej postaci.
3. W trójkącie prostokątnym jedna z przyprostokątnych jest dwa razy dłuższa od drugiej. Oblicz stosunek długości odcinków, na jakie dzieli przeciwprostokątną wysokość opuszczona z wierzchołka kąta prostego.
4. W zbiorze liczb całkowitych określone jest działanie $a * b = a - b + 2$.
 - a) Oblicz $2 * 3$, $5 * 4$, $7 * (-2)$, $(-4) * (-5)$.
 - b) Sprawdź przemienność tego działania.
 - c) Sprawdź łączność tego działania.

5. Dane są zbiory $A = \left\{ (x, y) : x \in R \wedge y \in R \wedge |y| - 1 \leq \left| \frac{4}{5}y \right| \right\}$,
 $B = \left\{ (x, y) : x \in C \wedge y \in R \wedge \left| \frac{3x+1}{2} - x \right| < 1 \right\}$.

Narysuj w prostokątnym układzie współrzędnych zbiór $A \cap B$.



Pomorski Konkurs Matematyczny

ZADANIA NA KONKURS – ETAP SZKOLNY klasy drugie (i trzecie technikum) poziom podstawowy

1. Wielomian $W(x) = x^3 + px + q$ ma trzy pierwiastki x_1, x_2, x_3 , przy czym $x_1 = x_2$, zaś $x_3 = x_1 - 6$. Oblicz współczynniki p i q oraz pierwiastki.
2. Okrąg podzielono na trzy części w stosunku $2 : 3 : 4$. Przez punkty podziału poprowadzono styczne do okręgu. Oblicz miary kątów otrzymanego trójkąta.
3. Zakład dziewiarski produkuje jeden rodzaj swetrów, które sprzedaje po 52 złote za sztukę. Na podstawie danych statystycznych stwierdzono, że związek między kosztem produkcji $K(x)$ a liczbą x wytworzonych w ciągu jednego dnia swetrów określa funkcja $K(x) = x^2 + 24x + 160$. Zbadaj, dla jakiej liczby dziennej produkcji swetrów ich produkcja jest opłacalna dla zakładu, przyjmując, że zakład może maksymalnie wytworzyć dziennie 14 swetrów. Określ, kiedy kwota dochodu jest największa.
4. Punkty $A = (-2; -4)$, $B = (2; 0)$, $C = (1; 5)$ są kolejnymi wierzchołkami równoległoboku $ABCD$. Wyznacz współrzędne wektora DE i jego długość, jeśli punkt E dzieli przekątną AC tak, że $|AE| : |EC| = 3 : 1$.
5. Podaj przedziały monotoniczności funkcji $f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & \text{dla } x < 1 \\ -x^2 + 1 & \text{dla } x \geq 1 \end{cases}$.

ZADANIA NA KONKURS – ETAP SZKOLNY
klasy drugie (i trzecie technikum) poziom rozszerzony

1. Reszta z dzielenia wielomianu W przez $x + 2$ jest równa 6, a przez $x - 1$ jest równa 3. Wyznacz resztę z dzielenia wielomianu W przez $x^2 + x - 2$.
2. Udowodnij, że jeśli równanie kwadratowe $ax^2 + bx + c = 0$ ma dwa rozwiązania, to suma sześcianów tych rozwiązań wynosi $\frac{3abc - b^3}{a^3}$.
3. Oblicz długość odcinka łączącego środki przekątnych w trapezie o podstawach długości $\sqrt{2}$ i $\sqrt{3}$.
4. Sporządź wykres funkcji $y = \frac{x}{|x|} + \cos \frac{x - |x|}{2}$.
5. Funkcja $\operatorname{sgn} x$ (znak x) określona jest w następujący sposób: $\operatorname{sgn} x = \begin{cases} -1 & \text{dla } x > 0 \\ 0 & \text{dla } x = 0 \\ 1 & \text{dla } x < 0 \end{cases}$.
Dla funkcji $f(x) = \operatorname{sgn}(x^2 - 4x)$
 - a) oblicz $f(2)$, $f(-5)$, $f(0)$,
 - b) naszkicuj wykres funkcji f i odczytaj jej zbiór wartości.